

# Tentamen Biostatistiek 1

29 oktober 2010, 8.45-10.45.

- Dit tentamen bestaat uit zes opgaven en twee bijlagen met tabellen. Er zijn 36 punten te behalen. Het cijfer wordt gegeven door  $(4 + \text{aantal punten})/4$ .
- Het gebruik van een (grafische) rekenmachine is toegestaan.
- Geef een duidelijke toelichting bij je antwoorden!
- Na de correctie liggen de tentamens ter inzage bij het onderwijsbureau.

1. Deze opgave is gebaseerd op de overlevingstafel in de bijlage.

(a) [2 punten] Bereken het verwachte aantal jaren dat iemand die vandaag 10 jaar is geworden zal leven vanaf 29 oktober 2060.

(b) [3 punten] Twee vrienden zijn allebei vandaag jarig, de één is 30 en de ander 25 jaar oud. Laat  $X$  het aantal van deze twee vrienden zijn dat over 30 jaar nog in leven is (dus  $X$  kan de waarden 0, 1 en 2 aannemen). Bereken de standaardafwijking van  $X$ .

2. Volgens een artikel in Ad valvas van 21 oktober 2010 blijkt uit een onderzoek onder drieduizend studenten dat een kwart van de studenten oververmoeid is. We noteren de (onbekende) fractie van de gehele populatie studenten die oververmoeid is met  $\pi$ .

(a) [1 punt] Aan welke voorwaarde(n) moet bovenstaande steekproef voldoen om op grond van de resultaten van de steekproef een betrouwbaarheidsinterval voor  $\pi$  te kunnen construeren?

(b) [3 punten] Neem aan dat aan de bij (a) bedoelde voorwaarde(n) voldaan is. Bereken een 95% betrouwbaarheidsinterval voor  $\pi$ .

(c) [3 punten] Stel dat we een smaller 95% betrouwbaarheidsinterval willen berekenen voor  $\pi$  en daarom extra studenten willen ondervragen. Hoeveel studenten moeten we toevoegen aan het onderzoek om een 95% betrouwbaarheidsinterval met een breedte van ongeveer 0.02 te kunnen construeren?

3. Volgens het in opgave 2 genoemde artikel is 20% van de studenten somber. In deze opgave gaan we er van uit dat de kans dat een willekeurige student somber is inderdaad gelijk is aan 0.20.

(a) [3 punten] We vragen aan 20 willekeurige studenten of ze somber zijn. Laat  $X$  het aantal sombere studenten zijn in deze steekproef. Geef de algemene formule voor  $P(X = x)$  voor alle relevante waarden van  $x$  en bereken  $P(X \leq 1)$ .

We nemen nu een steekproef van 300 studenten en noteren de fractie van de studenten in deze steekproef die somber is met  $p$ .

(b) [3 punten] Benader  $P(0.18 \leq p \leq 0.24)$  met behulp van een normale verdeling.

(c) [3 punten] Bereken het getal  $c$  waarvoor geldt dat  $P(|p - 0.20| \geq c) = 0.10$ .

4. Ionkanalen bevinden zich in de celwand van plantencellen. Als een kanaal open gaat, stromen ionen de cel in en uit. We kunnen het aantal keren dat een ionkanaal open gaat modelleren met een Poisson proces. Stel dat een ionkanaal gemiddeld 1.2 keer per seconde open gaat en dat de tijdsduur dat een ionkanaal open staat verwaarloosbaar klein is.

(a) [2 punten] Laat  $X$  het aantal keren zijn dat een ionkanaal open gaat in één seconde. Bereken  $P(X = 0)$  en  $P(X = 2)$ .

(b) [3 punten] Nu bekijken we het aantal keren dat een ionkanaal open gaat in één *minuut*. Geef een benadering (met behulp van een normale verdeling) van de kans dat een ionkanaal in deze periode meer dan 80 keer open gaat.

5. [3 punten] Voor een bepaalde ziekte zijn drie behandelmethoden die we noteren met B1, B2 en B3. Deze behandelmethoden worden in respectievelijk 15%, 35% en 50% van de gevallen toegepast, onafhankelijk van het ziektebeeld van de patiënt. De kans dat een behandeling geen effect heeft, is voor deze behandelmethoden respectievelijk 0.10, 0.15 en 0.20.

Als bij een willekeurige patiënt met deze ziekte de behandeling geen effect heeft, wat is dan de (conditionele) kans dat deze patiënt is behandeld met methode B1?

6. Een ziektekostenverzekeraar wil uitzoeken welk bedrag klanten bereid zijn te betalen voor een bepaalde aanvullende verzekering en in hoeverre dit afhankelijk is van de leeftijd van de klanten. Er wordt daarom een steekproef genomen van 62 willekeurige klanten tussen de 18 en 35 jaar oud en een steekproef van 40 klanten die ouder zijn dan 35 jaar. Aan iedere klant wordt gevraagd hoeveel euro hij of zij bereid is neer te tellen voor de betreffende aanvullende verzekering. De resultaten van het onderzoek vind je in onderstaande tabel.

categorie	aantal	steekproefgemiddelde	steekproefstandaarddeviatie
18 - 35 jaar oud	62	6.67	3.25
ouder dan 35 jaar	40	8.35	3.73

Noteer het verwachte bedrag dat een willekeurige klant die tussen de 18 en 35 jaar oud is wil betalen met  $\mu_X$  en het verwachte bedrag dat een klant die ouder is dan 35 jaar wil betalen met  $\mu_Y$ . De respectievelijke (onbekende) standaardafwijkingen worden met  $\sigma_X$  en  $\sigma_Y$  genoteerd.

(a) [3 punten] Bereken een 90 % betrouwbaarheidsinterval voor  $\mu_X$ .

(b) [3 punten] Bereken een 95 % betrouwbaarheidsinterval voor  $\mu_X - \mu_Y$ . Neem daarbij aan dat  $\sigma_X$  en  $\sigma_Y$  gelijk zijn.

(c) [1 punt] Zijn er duidelijke aanwijzingen dat klanten die ouder zijn dan 35 jaar gemiddeld meer willen betalen dan klanten die tussen de 18 en 35 jaar oud zijn?

Table 4.10 Abridged life table for the total U.S. population, 2002.

Age	Probability of Dying Between Ages $x$ and $x + n$ $nq_x$	Number Surviving to Age $x$ $l_x$	Number Dying Between Ages $x$ and $x + n$ $nd_x$	Person-Years Lived Between Ages $x$ and $x + n$ $nL_x$	Total Number of Person-Years Lived Above Age $x$ $T_x$	Expectation of Life at Age $x$ $e_x$
0-1	0.006971	100,000	697	99,389	7,725,787	77.3
1-5	0.001238	99,303	123	396,921	7,626,399	76.8
5-10	0.000759	99,180	75	495,706	7,229,477	72.9
10-15	0.000980	99,105	97	495,311	6,733,771	67.9
15-20	0.003386	99,008	335	494,345	6,238,460	63.0
20-25	0.004747	98,672	468	492,189	5,744,116	58.2
25-30	0.004722	98,204	464	489,871	5,251,927	53.5
30-35	0.005572	97,740	545	487,395	4,762,056	48.7
35-40	0.007996	97,196	777	484,164	4,274,661	44.0
40-45	0.012066	96,419	1,163	479,362	3,790,497	39.3
45-50	0.017765	95,255	1,692	472,292	3,311,135	34.8
50-55	0.025380	93,563	2,375	462,186	2,838,843	30.3
55-60	0.038135	91,188	3,478	447,838	2,376,658	26.1
60-65	0.058187	87,711	5,104	426,603	1,928,820	22.0
65-70	0.088029	82,607	7,272	395,866	1,502,217	18.2
70-75	0.133076	75,335	10,025	352,791	1,106,350	14.7
75-80	0.201067	65,310	13,132	294,954	753,560	11.5
80-85	0.304230	52,178	15,874	222,013	458,606	8.8
85-90	0.447667	36,304	16,252	140,041	236,593	6.5
90-95	0.599618	20,052	12,024	67,822	96,552	4.8
95-100	0.739020	8028	5933	23,056	28,730	3.6
100+	1.000000	2095	2095	5675	5675	2.7

Source: Arias, 2004

Table B5 Critical Values for the  $t$  Distribution<sup>a</sup>

df	Probabilities between $\pm t$ values (two-sided)							
	.50	.60	.70	.80	.90	.95	.98	.99
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
35	0.682	0.852	1.052	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724
40	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
45	0.680	0.850	1.049	1.301	1.679	2.014	2.412	2.690
50	0.679	0.849	1.047	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678
55	0.679	0.848	1.046	1.297	1.673	2.004	2.396	2.668
60	0.679	0.848	1.045	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
65	0.678	0.847	1.045	1.295	1.669	1.997	2.385	2.654
70	0.678	0.847	1.044	1.294	1.667	1.994	2.381	2.648
75	0.678	0.846	1.044	1.293	1.665	1.992	2.377	2.643
80	0.678	0.846	1.043	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639
90	0.677	0.846	1.042	1.291	1.662	1.987	2.369	2.632
100	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626
150	0.676	0.844	1.040	1.287	1.655	1.976	2.351	2.609
200	0.676	0.843	1.039	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601
300	0.675	0.842	1.038	1.283	1.648	1.965	2.334	2.586
400	0.675	0.842	1.037	1.282	1.646	1.962	2.330	2.581
500	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576
	.75	.80	.85	.90	.95	.975	.99	.995

overlevings  
tabel

tabel  
t-verdeling

tabel standard normal distribusi

**Table B4 Cumulative Distribution Function for Standard Normal Distribution\***

Z	.09	.08	.07	.06	.05	.04	.03	.02	.01	.00
-3.7	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001
-3.6	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001
-3.5	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002
-3.4	.0002	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003
-3.3	.0003	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004
-3.2	.0005	.0005	.0005	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006
-3.1	.0007	.0007	.0008	.0008	.0008	.0008	.0009	.0009	.0009	.0009
-3.0	.0010	.0010	.0011	.0011	.0011	.0012	.0012	.0013	.0013	.0013
-2.9	.0014	.0014	.0015	.0015	.0016	.0016	.0017	.0018	.0018	.0019
-2.8	.0019	.0020	.0021	.0021	.0022	.0023	.0024	.0024	.0025	.0026
-2.7	.0026	.0027	.0028	.0029	.0030	.0031	.0032	.0033	.0034	.0035
-2.6	.0036	.0037	.0038	.0039	.0040	.0041	.0043	.0044	.0045	.0047
-2.5	.0048	.0049	.0051	.0052	.0054	.0055	.0057	.0059	.0060	.0062
-2.4	.0064	.0066	.0068	.0069	.0071	.0073	.0075	.0078	.0080	.0082
-2.3	.0084	.0087	.0089	.0091	.0094	.0096	.0099	.0102	.0104	.0107
-2.2	.0110	.0113	.0116	.0119	.0122	.0125	.0129	.0132	.0136	.0139
-2.1	.0143	.0146	.0150	.0154	.0158	.0162	.0166	.0170	.0174	.0179
-2.0	.0183	.0188	.0192	.0197	.0202	.0207	.0212	.0217	.0222	.0228
-1.9	.0233	.0239	.0244	.0250	.0256	.0262	.0268	.0274	.0281	.0288
-1.8	.0294	.0301	.0307	.0314	.0322	.0329	.0336	.0344	.0351	.0359
-1.7	.0367	.0375	.0384	.0392	.0401	.0409	.0418	.0427	.0436	.0446
-1.6	.0455	.0465	.0475	.0485	.0495	.0505	.0516	.0526	.0537	.0548
-1.5	.0559	.0571	.0582	.0594	.0606	.0618	.0630	.0643	.0655	.0668
-1.4	.0681	.0694	.0708	.0721	.0735	.0749	.0764	.0778	.0793	.0808
-1.3	.0823	.0838	.0853	.0869	.0885	.0901	.0918	.0934	.0951	.0968
-1.2	.0985	.1003	.1020	.1038	.1056	.1075	.1093	.1112	.1131	.1151
-1.1	.1170	.1190	.1210	.1230	.1251	.1271	.1292	.1314	.1335	.1357
-1.0	.1379	.1401	.1423	.1446	.1469	.1492	.1515	.1539	.1562	.1587
-0.9	.1611	.1635	.1660	.1685	.1711	.1736	.1762	.1788	.1814	.1841
-0.8	.1867	.1894	.1922	.1949	.1977	.2005	.2033	.2061	.2090	.2119
-0.7	.2148	.2177	.2206	.2236	.2266	.2296	.2327	.2358	.2389	.2420
-0.6	.2451	.2483	.2514	.2546	.2578	.2611	.2643	.2676	.2709	.2743
-0.5	.2776	.2810	.2843	.2877	.2912	.2946	.2981	.3015	.3050	.3085
-0.4	.3121	.3156	.3192	.3228	.3264	.3300	.3336	.3372	.3409	.3446
-0.3	.3483	.3520	.3557	.3594	.3632	.3669	.3707	.3745	.3783	.3821
-0.2	.3859	.3897	.3936	.3974	.4013	.4052	.4090	.4129	.4168	.4207
-0.1	.4247	.4286	.4325	.4364	.4403	.4443	.4483	.4522	.4562	.4602
0.0	.4641	.4681	.4721	.4761	.4801	.4840	.4880	.4920	.4960	.5000

**Table B4 Continued**

Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6951	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9773	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9914
2.4	.9918	.9920	.9921	.9922	.9923	.9924	.9925	.9926	.9927	.9928
2.5	.9929	.9930	.9931	.9932	.9933	.9934	.9935	.9936	.9937	.9938
2.6	.9938	.9939	.9940	.9941	.9942	.9943	.9944	.9945	.9946	.9947
2.7	.9947	.9948	.9949	.9950	.9951	.9952	.9953	.9954	.9955	.9956
2.8	.9956	.9957	.9958	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964	.9965
2.9	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
3.0	.9974	.9975	.9976	.9977	.9978	.9979	.9980	.9981	.9982	.9983
3.1	.9983	.9984	.9985	.9986	.9987	.9988	.9989	.9990	.9991	.9992
3.2	.9992	.9993	.9994	.9995	.9996	.9997	.9998	.9999	.9999	.9999
3.3	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
3.4	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
3.5	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
3.6	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
3.7	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999

\*Calculated by MINITAB.